



UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA

**MEMERANGKAP SUATU PENSIFAR BAGI SUATU FUNGSI
DENGAN PENAMBAHBAIKAN KAEDAH SELANG**

NOR ALIZA BT ABD RAHMIN.

FS 2005 40

**MEMERANGKAP SUATU PENSIFAR BAGI SUATU FUNGSI DENGAN
PENAMBAHBAIKAN KAEDAH SELANG**

Oleh

NOR ALIZA BT ABD RAHMIN

**Tesis Ini Dikemukakan Kepada Sekolah Pengajian Siswazah, Universiti
Putra Malaysia, Sebagai Memenuhi Keperluan Untuk Ijazah Master Sains**

Mei 2005



Buat kedua ibu bapa
Abd. Rahmin dan Semah

Kedua mertua
Tg.Hassan dan Tg Zuzariah
dan keluarga

Teman tersayang
Tg. Abdul Mutalib

dan Penyeri kebahagiaan
Tg. Afiq Qayyim
Tg. Adam Muqri

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Master Sains

**MEMERANGKAP SUATU PENSIFAR BAGI SUATU FUNGSI
DENGAN PENAMBAHBAIKAN KAEDAH SELANG**

Oleh

NOR ALIZA BT ABD RAHMIN

Mei 2004

Pengerusi : Mansor Monsi, Phd

Fakulti : Sains

Penumpuan utama tesis ini adalah memerangkap suatu pensifar bagi suatu fungsi dengan menggunakan pendekatan analisis selang. Kami mempertimbangkan satu kaedah yang telah dilakukan oleh Ehrmann(1959) disebut kaedah EHR. Kajian ini difokuskan kepada algoritma. Jika masa pemprosesan singkat, maka analisis tatacara dikaji sehingga kadar penumpuan diperolehi.

Beberapa pengubahsuaian telah dibuat terhadap kaedah EHR iaitu kaedah MEHR1 dan Kaedah MEHR2. Tumpuan utama bagi kaedah MEHR1 adalah penggunaan titik tengah di dalam tatacara, manakala keistimewaan di dalam kaedah MEHR2 adalah pengulangan semula tatacara asal yang menghasilkan kadar penumpuan yang pantas. Ini disokong oleh masa CPU yang singkat.

Tesis ini akan meliputi tatacara analisis, algoritma pengubahsuaian dan beberapa keputusan berangka. Berdasarkan analisis yang telah dibuat, didapati bahawa kadar penumpuan bagi MEHR1 ialah $p + 3, (p \geq 1)$ dan MEHR2 ialah $(2p + 1) + l, (p \geq 1, l = 1, \dots, p)$ berbanding dengan EHR yang mempunyai kadar penumpuan $p + 1, (p \geq 1)$. Beberapa kemungkinan kajian lanjutan turut diberi untuk mengakhiri tesis ini.

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Putra Malaysia
in fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science

**INCLUSION OF A ZERO OF A FUNCTION WITH IMPROVED
INTERVAL METHOD**

By

NOR ALIZA BT ABD RAHMIN

Mei 2004

Chairman : Mansor Monsi, Phd

Faculty : Science

The study concerns mainly on finding a zero of a function using interval analysis approach. We consider a well known method that has been done by Ehrmann(1959) which is called EHR method. This experiment is focused on the algorithm. If the processing time is less than the analytical procedure will be studied until the convergence rates are obtained.

Several modifications have been made to improve the EHR method that is the MEHR1 method and MEHR2 method. The main focus for MEHR1 method is using the mid point in its procedure, whereas the specialty in the MEHR2 method is the repetition of the original procedure to produce faster convergence rates. This is supported by the lesser CPU time.

This thesis includes the analytical procedure, the modification of the algorithm and several numerical results. Based on the analysis that had been done, the rate of the convergence for MEHR1 is $p + 3, (p \geq 1)$ and MEHR2 is $(2p + 1) + l, (p \geq 1, l = 1, \dots, p)$ compared to the EHR that has the rate of convergence $p + 1, (p \geq 1)$. Some possible extension is also given to conclude this thesis.



PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah dan Maha Pengasih. Segala pujian bagi Allah, Tuhan semesta alam dan selawat dan salam ke atas junjungan besar Nabi Muhammad s.a.w., keluarganya serta para sahabatnya.

Pertama sekali diucapkan jutaan terima kasih kepada Pengerusi Jawatankuasa Penyeliaan Dr. Mansor Monsi atas segala bimbingan dan bantuan yang tidak ternilai. Juga jutaan terima kasih ditujukan kepada ahli-ahli yang terdiri daripada Professor Dr Malik Hj. Abu Hassan dan Prof. Madya Dr. Fudziah Bt Ismail kerana bantuan, dorongan dan motivasi yang diberikan. Terima kasih juga ditujukan kepada En. Norazak dan Dr. Leong Wah June di atas bantuan yang diberikan serta kawan-kawan yang memberi semangat dan dorongan.

Seterusnya segala ucapan ditujukan kepada suami tersayang serta anak-anak tercinta atas segala pengorbanan, dorongan, sokongan serta kesabaran yang telah dicurahkan.

Saya mengesahkan bahawa Jawatankuasa Peperiksaan Tesis bagi Nor Aliza bt Abd Rahmin telah mengadakan peperiksaan akhir pada 19 Mei 2005 untuk menilai tesis Master Sains beliau yang bertajuk "Memerangkap Suatu Pensifar bagi Suatu Fungsi dengan Penambahbaikan Kaedah Selang" mengikut Akta Universiti Pertanian Malaysia (Ijazah Lanjutan) 1980 dan Peraturan Universiti Pertanian Malaysia (Ijazah Lanjutan) 1981. Jawatankuasa Peperiksaan Tesis memperakukan bahawa calon ini layak dianugerahkan ijazah tersebut. Ahli Jawatankuasa Peperiksaan Tesis adalah seperti berikut:

Nik Mohd. Asri Nik Long, PhD

Pensyarah

Fakulti Sains

Universiti Putra Malaysia

(Pengerusi)

Mat Rofa Ismail, PhD

Profesor Madya

Fakulti Sains

Universiti Putra Malaysia

(Pemeriksa Dalam)

Mohamad Rushdan Md. Said, PhD

Profesor Madya

Fakulti Sains

Universiti Putra Malaysia

(Pemeriksa Dalam)

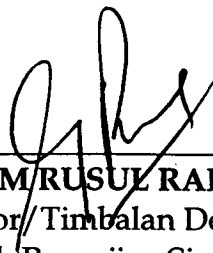
Nazeeruddin Yaacob, PhD

Profesor Madya

Fakulti Sains

Universiti Teknologi Malaysia

(Pemeriksa Luar)



GULAM/RUSUL RAHMAT ALI, PhD

Profesor/Timbalan Dekan

Sekolah Pengajian Siswazah

Universiti Putra Malaysia

Tarikh: 22 AUG 2005

Tesis ini telah diserahkan kepada Senat Universiti Putra Malaysia dan telah diterima sebagai memenuhi keperluan ijazah lanjutan. Anggota Jawatankuasa Penyeliaan adalah seperti berikut:

Mansor Monsi, PhD


Pensyarah
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Pengerusi)

Malik Hj Abu Hassan, PhD

Profesor
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Ahli)

Fudziah Ismail, PhD

Profesor Madya
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Ahli)



AINI IDERIS, PhD

Profesor/ Dekan
Sekolah Pengajian Siswazah
Universiti Putra Malaysia

Tarikh: **08 SEP 2005**

PERAKUAN

Saya mengaku bahawa tesis ini adalah hasil kerja saya yang asli melainkan petikan dan sedutan yang telah diberikan penghargaan di dalam tesis. Saya juga mengaku bahawa tesis ini tidak dimajukan untuk ijazah-ijazah lain di Universiti Putra Malaysia atau institusi-institusi lain.



NOR ALIZA BT ABD RAHMIN

Tarikh: 15/8/2005

KANDUNGAN

Mukasurat

DEDIKASI	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
PENGHARGAAN	vii
PENGESAHAN	viii
PERAKUAN	x
SENARAI JADUAL	xiii
SENARAI RAJAH	xiv
SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN	xv
 BAB	
1 PENGENALAN	1
1.1 Penyusunan Tesis	1
1.2 Sorotan Literatur	3
1.3 Skop Masalah	4
1.4 Konsep dan Sifat-Sifat Selang	6
 2 TATACARA LELARAN BAGI MENCARI SUATU PENSIFAR SUATU FUNGSI	 17
2.1 Pengenalan	17
2.2 Kaedah Berbentuk Newton	17
2.3 Penentuan bagi Kaedah Optimum	34
2.4 Kaedah Penumpuan Kuadratik	49
 3 KAEDAH EHRMANN(EHR)	 52
2.5 Pengenalaan	52
2.6 Teorem Penumpuan dan Sifat Asas	53
 4 KAEDAH MEHR1 (Pengubahsuaian Pertama Kaedah EHR)	 62
2.1 Pengenalan	62
2.2 Teorem dan Penumpuannya	63
2.3 Perbandingan Algoritma diantara EHR dan MEHR1	74
2.4 Contoh Berangka	77
2.5 Kesimpulan	83



5	KAEDAH MEHR2	
	(Pengubahsuaian Kedua Kaedah EHR)	84
5.1	Pengenalan	84
5.2	Teorem Penumpuan dan Sifat Asas	85
5.3	Perbandingan Algoritma diantara EHR dan MEHR2	105
5.4	Contoh Berangka	107
5.5	Kesimpulan	120
6	KESIMPULAN DAN CADANGAN	121
6.1	Kesimpulan	121
6.2	Cadangan dan Penyelidikan Selanjutnya	122
	RUJUKAN	126
	BIODATA PENULIS	128

SENARAI JADUAL

Jadual	Mukasurat
1 Keputusan Contoh 4.4.1 bagi Kaedah EHR	77
2 Keputusan Contoh 4.4.1 bagi Kaedah MEHR1	79
3 Keputusan Contoh 4.4.2 bagi kaedah EHR	80
4 Keputusan Contoh 4.4.2 bagi kaedah MEHR1	82
5 Keputusan Contoh 5.4.1 bagi Kaedah EHR	108
6 Keputusan Contoh 5.4.1 bagi Kaedah MEHR2	110
7 Keputusan Contoh 5.4.2 bagi kaedah EHR	112
8 Keputusan Contoh 5.4.2 bagi kaedah MEHR2	114
9 Keputusan Contoh 5.4.3 bagi kaedah EHR	116
10 Keputusan Contoh 5.4.3 bagi kaedah MEHR2	118



SENARAI RAJAH

Rajah	Mukasurat
2 Gambaran tatacara 2.6	19
2 Gambaran tatacara 2.7	19
3 Gambaran tatacara 2.8	20
4 Gambaran tatacara 2.9	21



SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN

R	menandakan nombor nyata.
$I(R)$	ialah set suatu selang nyata.
$q(a,b)$	jarak di antara dua selang.
$d(a,b)$	lebar suatu selang.
$ A $	nilai mutlak bagi suatu selang.
$A \cap B$	tindanan bagi suatu selang.
Min	menandakan minimum.
Maks	menandakan maksimum.

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Penyusunan Tesis

Dalam tesis ini kami mengkaji beberapa tatacara lelaran untuk mengira nilai hampiran pensifar bagi suatu fungsi secara serentak dan kami memberi tumpuan dalam mendapatkan penyelesaian berangka menggunakan pendekatan analisis selang. Kami mulakan bab ini dengan memberi maklumat tentang pengenalan sifat-sifat asas selang bagi nombor nyata [Lihat (Caprani dan Madsen (1978)), (Karl dan Nickel (1980)), (Alefeld dan Herzberger (1983),(1974))] yang selalu digunakan dalam penyelesaian berangka.

Dalam Bab 2, kami pertimbangkan beberapa kaedah seperti kaedah berbentuk Newton (Moore (1966)), penentuan kaedah optimum dan kaedah penumpuan bagi persamaan kuadratik untuk mengira nilai hampiran pensifar bagi suatu fungsi secara serentak yang telah diuji oleh beberapa penyelidik sebelum ini seperti Ehrlich (1967), Braess dan Hadeley (1973). Tujuannya difokuskan kepada syarat cukup untuk suatu algoritma itu menuju kepada penyelesaian dengan suatu kadar penentuan tertentu. Kemudian terdapat beberapa penyelidik telah mengembangkan kaedah di atas yang melibatkan

pendekatan analisis selang seperti Gangantini (1975), Glaiz (1975) dan Hansen (1978).

Bab 3, kami pertimbangkan pula kaedah yang diperkenalkan oleh Ehrmann(1959) dan kita namakan dengan kaedah Ehrmann(EHR) bagi memerangkap suatu pensifar bagi suatu fungsi dengan menggunakan pendekatan analisis selang. Kadar penumpuan bagi kaedah tersebut ialah $p + 1$ ($p \geq 1$).

Dalam Bab 4 dan Bab 5 pula mengandungi dua huraian pengubahsuaian yang telah dibuat ke atas kaedah Ehrmann(EHR) iaitu kaedah pengubahsuaian EHR yang dinamakan MEHR1 dan pengubahsuaian EHR yang ke-2 dinamakan MEHR2. Kedua-dua pengubahsuaian ini dapat menunjukkan analisis dan prestasi yang lebih baik selari dengan masa pemprosesan yang diperolehi. Analisis penumpuan bagi setiap kaedah pengubahsuaian turut diberikan.

Akhirnya, Bab 6 membincangkan kesimpulan bagi keseluruhan kajian serta beberapa cadangan untuk kajian lanjutan bagi penyelidik-penyelidik dalam bidang pengoptimuman.

1.2 Sorotan Literatur

Penyelidik-penyelidik seperti Aberth(1973), Alefeld dan Herzberger(1974), Braess dan Hader(1973) dan Ehrlich(1967) telah mengkaji beberapa tatacara lelaran untuk mencari suatu pensifar bagi suatu fungsi secara berangka di mana kajian biasanya difokuskan kepada algoritma. Jika masa pemprosesannya singkat, maka analisis dikaji sehingga kadar penumpuan diperolehi.

Selain itu beberapa penyelidik telah menunjukkan tatacara lelaran yang melibatkan analisis selang seperti yang terdapat dalam Gargantini(1975), Glaiz(1975) dan Hansen(1978). Pendekatan analisis selang adalah lebih sempurna kerana ia boleh merangkumi suatu pensifar bagi fungsi tertentu. Kajian yang dilakukan oleh Ehrmann(1959) yang disebut kaedah EHR, bagi memerangkap suatu pensifar bagi suatu fungsi dengan menggunakan pendekatan analisis selang. Memerangkap suatu pensifar di dalam selang terakhir terkecil daripada suatu jujukan selang $\{X^{(k)}\}_0^\infty$ telah diterbitkan dalam Alefeld dan Herzberger(1983).

Beberapa pengubahsuaian telah dibuat terhadap kaedah EHR. Analisis teori menunjukkan MEHR1 dan MEHR2 mempunyai kadar penumpuan yang pantas. Ini disokong oleh masa CPU yang singkat. Tesis ini akan meliputi analisis, algoritma kaedah pengubahsuaian dan beberapa keputusan berangka. Kesimpulan dan beberapa

kemungkinan kajian lanjutan turut diberi untuk mengakhiri tesis ini.

1.3 Skop Masalah

Dalam tesis ini masalah utama ialah memerangkap suatu pensifar bagi suatu fungsi di dalam selang terakhir yang lebarnya terkecil daripada suatu jujukan selang $\{X^{(k)}\}_0^\infty$ dan masalah ini telah banyak dibincangkan oleh Alefeld dan Herzberger(1983), Sissers (1982), Walster dan Hansen (1997), ANSI/IEE (1985), Benhamou dan Older (1995), Ely (1993), John Todd (1989), Kearfott (1994), Kerner (1966) dan Knuppel (1994). Jujukan tersebut dijanakan daripada Siri Taylor berikut:

$$\begin{aligned}
 0 = f(\xi) = & f(x^{(k)}) + f'(x^{(k)})(\xi - x^{(k)}) + \dots + \\
 & \frac{1}{(i+1)!} f^{(i+1)}(x^{(k)}) (\xi - x^{(k)})^{(i+1)} + \\
 & \frac{1}{(i+2)!} f^{(i+2)}(\eta_{i+2}) (\xi - x^{(k)})^{(i+2)}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Oleh yang demikian,

$$\begin{aligned}
 \xi = x^{(k)} - \frac{1}{f'(x^{(k)})} & \left[f(x^{(k)}) + \sum_{v=2}^{i+1} \frac{f^{(v)}(x^{(k)})}{v!} (\xi - x^{(k)})^v + \right. \\
 & \left. \frac{f^{(i+2)}(\eta_{i+2})}{(i+2)!} (\xi - x^{(k)})^{(i+2)} \right]
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

dengan $\eta_{i+2} \in (x^{(k)}, \xi)$.

Dengan menggabungkan konsep analisis selang terhadap persamaan (1.2) ini, kita perolehi

$$X^{(k+1)} = \left\{ x^{(k)} - \frac{1}{f'(x^{(k)})} \left[f(x^{(k)}) + \sum_{v=2}^i \frac{1}{v!} f^{(v)}(x^{(k)}) (X^{(k)} - x^{(k)})^v + \frac{1}{(i+1)!} F_{i+1}(X^{(k)} - x^{(k)})^{(i+1)} \right] \right\} \cap X^{(k)} \quad (1.3)$$

untuk $1 \leq i \leq p, k \geq 0$.

Dalam tatacara di atas, ξ telah digantikan dengan $X^{(k)}$ (selang kanan persamaan) dan $X^{(k+1)}$ (selang kiri persamaan), manakala $f^{(i+1)}$ dengan selang $F_{i+1} = f^{(i+1)}(X^{(k)})$.

(1.3) memenuhi syarat

$$X^{(0)} \supset X^{(1)} \supset X^{(2)} \supset \dots \supset X^{(k)} \supset X^{(k+1)} \dots$$

dan pensifar,

$$\xi \in X^{(k)}, \forall k \geq 0$$

sehingga

$$\lim_{k \rightarrow \infty} X^{(k)} = \xi = [\xi, \xi] .$$

Titik $x \in X^{(k)}$, boleh dipilih sebarang. Tetapi di dalam tesis ini, x adalah titik tengah $X^{(k)}$ dan ditulis $x \in m(X^{(k)})$. Selang $M = [m_1, m_2]$

yang digunakan adalah bagi menetapkan

$$m_1 \leq \frac{f(x) - f(\xi)}{x - \xi} = \frac{f(x)}{x - \xi} \leq m_2 < \infty, \xi \neq x \in X^{(k)}, (k \geq 0).$$

1.4 Konsep dan Sifat-Sifat Selang

Tujuan bahagian ini ialah untuk mengemukakan sifat-sifat nombor selang (Alefeld dan Herzberger (1983)) yang kerap digunakan dalam Bab 4 dan Bab 5.

Set bagi suatu selang nyata tertutup ditanda sebagai $I(R) = \{[a, b] \mid a, b \in R\}$. Nombor nyata, $x \in R$ boleh dinyatakan dalam bentuk selang $[x, x] \in I(R)$ dan secara umum dinamakan selang titik. Takrifan dan teorem berikut boleh diperolehi daripada (Alefeld dan Herzberger(1983)) yang digunakan di dalam Bab 3 , Bab 4 dan Bab 5.

Takrif 1.1

Katakan $* \in \{+, -, \bullet, /\}$ adalah operasi binari ke atas set suatu nombor nyata R . Jika $A, B \in I(R)$ maka

$$A * B = \{ Z = a * b \mid a \in A, b \in B \}$$

tertakrif ke atas $I(R)$ dan kita anggap $0 \notin B$ bagi kes hasil bahagi. Operasi ke atas selang $A = [a_1, a_2]$ dan $B = [b_1, b_2]$ boleh ditakrifkan seperti di bawah

$$A + B = [a_1 + b_1, a_2 + b_2]$$

$$A - B = [a_1 - b_2, a_2 - b_1]$$

$$A \bullet B = [\min\{a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2\}, \max\{a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2\}]$$

$$A / B = [a_1, a_2][1/b_2, 1/b_1]$$

Contoh 1.1.1

Katakan $A = [1, 2]$ dan $B = [3, 4]$, maka

$$A + B = [1, 2] + [3, 4] = [1 + 3, 2 + 4] = [4, 6]$$

$$A - B = [1, 2] - [3, 4] = [1 - 4, 2 - 3] = [-3, -1]$$

$$A \bullet B = [1, 2] \bullet [3, 4] = [\min\{3, 4, 6, 8\}, \max\{3, 4, 6, 8\}] = [3, 8]$$

$$A / B = [1, 2] \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3} \right]$$

$$= \left[\min\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{3} \right\}, \max\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{3} \right\} \right] = \left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3} \right]$$

Contoh 1.1.2

Katakan $A = [-2, -1]$ dan $B = [3, 4]$, maka

$$A + B = [-2, -1] + [3, 4] = [-2 + 3, -1 + 4] = [1, 3]$$

$$A - B = [-2, -1] - [3, 4] = [-2 - 4, -1 - 3] = [-6, -4]$$

$$A \bullet B = [-2, -1] \bullet [3, 4]$$

$$= [\min\{-6, -8, -3, -4\}, \max\{-6, -8, -3, -4\}] = [-8, -3]$$

$$\begin{aligned}
A / B &= [-2, -1] \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3} \right] \\
&= \left[\min \left\{ \frac{-2}{4}, \frac{-2}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{3} \right\}, \max \left\{ \frac{-2}{4}, \frac{-2}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{3} \right\} \right] \\
&= \left[\frac{-2}{3}, \frac{-1}{4} \right]
\end{aligned}$$

Takrif 1.2

Jika $r(x)$ adalah fungsi selanjar ke atas R maka

$$r(\underline{X}) = \left[\min_{x \in \underline{X}} r(x), \max_{x \in \underline{X}} r(x) \right]$$

tertakrif ke atas $I(R)$.

Teorem 1.1

Katakan $A^{(k)}, B^{(k)} \in I(R)$, $(k = 1, 2)$, kita andaikan bahawa

$$A^{(k)} \subseteq B^{(k)}, \quad (k = 1, 2).$$

Maka bagi operasi $* \in \{+, -, \bullet, /\}$, kita boleh tuliskan sebagai

Teorem 1.2

Katakan $A, B \in I(R)$ dengan $a \in A, b \in B$ dan $a * b \in A * B$ bagi

$* \in \{+, -, \cdot, /\}$. Operasi $r(x)$ dari takrifan 1.2 mempunyai sifat-sifat

$$X \subseteq Y \Rightarrow r(X) \subseteq r(Y)$$

dan

$$x \in X \Rightarrow r(x) \in r(X).$$

Takrif 1.3

Lebar bagi suatu selang $A = [a_1, a_2]$ ditakrifkan sebagai

$$d(A) = a_2 - a_1 \geq 0.$$

Jika $B = [b, b] = b$, $b \in R$ maka nombor nyata B boleh dikategorikan sebagai set selang $\{B \in I(R) \mid d(B) = 0\}$.

Daripada takrifan di atas, kita dapati wujud beberapa sifat-sifat asas.

Sifat 1.1

Bagi sebarang $A, B \in I(R)$

$$(b1) \quad A \subseteq B \Rightarrow d(A) \leq d(B)$$

$$(b2) \quad d(A \pm B) = d(A) + d(B)$$

$$(b3) \quad d(A) = \max_{a, b \in A} |a - b|$$

Takrif 1.4

Nilai mutlak bagi selang $A = [a_1, a_2]$ ditakrifkan sebagai

$$|A| = \max \{|a_1|, |a_2|\}.$$

Takrif 1.5

Jika $A, B \in I(R)$ maka $A \subseteq B \Rightarrow |A| \leq |B|$.